

BUKTI KORESPONDENSI PADA JURNAL NASIONAL  
TERAKREDITASI KEMENRISTEKDIKTI SINTA 2

Yth. Penilai Usulan PAK

Bersama ini kami sampaikan proses submit sampai publish artikel ilmiah saya yang berjudul

No	Karya Ilmiah	Judul	Identitas Karya Ilmiah
1	Jurnal Nasional Terakreditasi Sinta 2	Odd Harmonious Labeling on Some String Graph Classes	Barekeng Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan Maret 2022, Vol. 16 No. 1, Hal 315-322 ISSN 1978-7227 (Print), 2615-3017 (Online) Departemen Matematika FMIPA Universitas Pattimura <a href="https://ojs3.unpatti.ac.id/index.php/barekeng/article/view/5087/4033">https://ojs3.unpatti.ac.id/index.php/barekeng/article/view/5087/4033</a>

Kami sampaikan bukti korespondensi yang sejujurnya untuk dapat dipergunakan sebagai bahan pertimbangan syarat khusus untuk kenaikan jabatan akademik Lektor 200 menjadi Lektor 300

Klaten, 20 Agustus 2024

Hormat Saya,

Fery Firmansah, S.Si., M.Si.

NIP/ NIDN. 198808302015041004/0030088802

# Submit artikel ke Jurnal Barekeng (25 Januari 2022)

The screenshot shows the author's dashboard for the journal 'BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan'. The article 'ODD HARMONIOUS LABELING ON SOME STRING GRAPH CLASSES' by Fery Firmansah is in the 'Production' stage. The 'Submission Files' section lists two documents: 'feryfirmansah, Jurnal Barekeng Fery Firmansah Unwidha Klaten.docx' (ID: 23926-1) and 'jmbarekeng, 5087-Article Text-24264-1-18-20220207 review.docx' (ID: 26734-1). A 'Pre-Review Discussions' section is also visible with an 'Add discussion' button.

The 'View Metadata' form contains the following fields and content:

- Section \***: Articles
- Prefix**: (empty)
- Title \***: ODD HARMONIOUS LABELING ON SOME STRING GRAPH CLASSES
- Subtitle**: (empty)
- Abstract \***: A graph with the labeling properties of odd harmonic is called an odd harmonious graph. The purpose of this research was to get labeling properties of odd harmonic on the class of string graphs. The research used was a qualitative research method. The result of the research was that the definition and construction of a string graph, the union of a string graph, and the multiple string graph are obtained. Furthermore, it has been proved that a string graph, the union of a string graph, and the multiple string graph is an odd harmonious graph.

ojs3.unpatti.ac.id/index.php/barekeng/authorDashboard/submission/5087

Submissions

ODD HARMONIOUS  
Fery Firmansah

Submission

Production Details

Name

Galley

PDF Download

The optional subtitle will appear after a colon (:), following the main title.

**Abstract \***

A graph with the labeling properties of odd harmonic is called an odd harmonious graph. The purpose of this research was to get labeling properties of odd harmonic on the class of string graphs. The research used a qualitative research method. The result of the research was that the definition and construction of a string graph, the union of a string graph, and the multiple string graph are obtained. Furthermore, it has been proved that a string graph, the union of a string graph, and the multiple string graph is an odd harmonious graph.

Powered by TingRICE

**List of Contributors**

Name	E-mail	Role	Primary Contact	In Browse Lists
Fery Firmansah	feryfirmansah@unwidha.ac.id	Author	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**Cover Image**

**Submission Metadata**

5087-Article Text-2....pdf

5087-Article Text....docx

5087-Article Text....docx

5087-Article Text-2....pdf

5087-Article Text....docx

Show all

Type here to search

Desktop 33°C. Sebagian cerah

10.01  
04/05/2023

ojs3.unpatti.ac.id/index.php/barekeng/authorDashboard/submission/5087

Submissions

ODD HARMONIOUS  
Fery Firmansah

Submission

Production Details

Name

Galley

PDF Download

**Coverage Information**

**Additional Refinements**

**Languages**

Indonesian

**Subjects**

**Discipline(s)**

**Keywords**

odd harmonious graph odd harmonious labeling multiple graph string graph union operation

**Supporting Agencies**

**OpenAIRE ProjectID**

If this research resulted from an EU initiative that complies with the [OpenAIRE](#) metadata platform, please include the ProjectID, a six-digit number which corresponds with the Grant Agreement identifier.

5087-Article Text-2....pdf

5087-Article Text....docx

5087-Article Text....docx

5087-Article Text-2....pdf

5087-Article Text....docx

Show all

Type here to search

Desktop 33°C. Sebagian cerah

10.02  
04/05/2023

## Balasan Editor (2 Februari 2022)

The screenshot shows an email interface with the following content:

Yth.: Bpk/Ibu Penulis  
editor1  
Feb 02

Salam,

Bersama ini kami sampaikan bahwa artikel bpk/Ibu, sudah masuk di redaksi jurnal barekeng. Selanjutnya artikel bpk/ibu akan kami proses sesuai dengan tahapan dan aturan yang ditetapkan oleh Redaksi BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan. Harapan kami, bpk/ibu penulis dapat bersabar menunggu proses dari tim redaksi/editor sambil mengecek perkembangan via web OJS Jurnal Barekeng, email dan WA (085243358669).

Perkembangan artikel dan Informasi selanjutnya akan kami kabari via web ojs maupun via WhatsApp (WA), mohon dapat menyertakan nomor WA yang bisa dihubungi untuk mempermudah komunikasi.

Terima kasih atas kepercayaan bpk/ibu, untuk mempublikasikan artikelnya pada Jurnal BAREKENG.

Hormat kami,

Yopi Andry Lesnussa,  
Editor in Chief BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan

Email.: barekeng.math@yahoo.com  
WhatsApp (WA): +62 85243358669

At the bottom of the email, there are two file attachments: "DAFTAR GURU P...docx" and "editor1, 5087-Article Text-23926-1-2-20220130.docx".

## Review Artikel oleh Reviewer (7 Februari 2022)

The screenshot shows an email interface with the following content:

Yth.: Bpk/Ibu Penulis  
editor1  
Feb 07

Salam,

Bersama ini kami sampaikan bahwa artikel bpk/Ibu, sudah diperiksa dan dikomentari oleh tim editor Jurnal. Harapan kami, kiranya bpk/ibu dapat memperbaiki artikel tersebut sesuai dengan hasil pemeriksaan dan komentar yang diberikan serta mengirimkan atau membalas kembali melalui Menu Add Discussion dengan Subject : "Hasil Perbaikan Pertama"

Perkembangan artikel dan Informasi selanjutnya akan kami kabari via web ojs maupun via WhatsApp (WA), mohon dapat menyertakan nomor WA yang bisa dihubungi untuk mempermudah komunikasi.

Terima kasih atas kepercayaan bpk/ibu, untuk mempublikasikan artikelnya pada Jurnal BAREKENG.

Hormat kami,

Yopi Andry Lesnussa,  
Editor in Chief BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan

Email.: barekeng.math@yahoo.com  
WhatsApp (WA): +62 85243358669

At the bottom of the email, there are two file attachments: "editor1, 5087-Article Text-23926-1-2-20220130.docx" and "editor1, Templete BAREKENG 2022.docx".

5087-Article Text-24247-1-18-20220207 (1) [Compatibility Mode] - Word

File Home Insert Design Layout References Mailings Review View Help Nitro Pro Tell me what you want to do

Clipboard Font Paragraph Styles Editing Add-ins

GET GENUINE OFFICE Your license isn't genuine, and you may be a victim of software counterfeiting. Avoid interruption and keep your files safe with genuine Office today. Get genuine Office Learn more

Firmansah, F | Pelabelan Harmonis (Semi) pada Beberapa Kelas Graf Tali

### 1. PENDAHULUAN

Pelabelan graf adalah salah satu dari topik penelitian tentang teori graf yang berkembang sangat pesat pada beberapa tahun terakhir. Tahun 2019 Liang dan Bai mengkonstruksi definisi graf harmonis ganjil sebagai berikut. Misalkan  $G(p, q)$  adalah graf dengan himpunan titik  $V(G)$  dan himpunan garis  $E(G)$  dengan order  $p = |V(G)|$  dan size  $q = |E(G)|$ . Jika graf  $G(p, q)$  memenuhi  $f: V(G) \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 2q-1\}$  yang injektif sehingga menginduksi  $f^*: E(G) \rightarrow \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2q-1\}$  yang bijektif dengan definisi  $f^*(x, y) = f(x) + f(y)$  maka  $G(p, q)$  adalah graf harmonis ganjil [1].

Galian tahun 2019 mengumpukan semua riset tentang teori pelabelan graf dan aplikasinya [2]. Terdapat beberapa kelas graf harmonis ganjil yang sudah ditemukan antara lain. Srividya dan Govindarajan tahun 2020 menemukan graf lingkaran dengan paralel chord [3], Ferbriana dan Sugeng tahun 2020 menemukan graf squid [4], Jeyanthi dan Philo tahun 2020 menemukan graf ladder [5], Muntaz dkk tahun 2021 menemukan graf masting [6], [7] Muntaz dan Silaban tahun 2021 menemukan bahwa graf ulat hair, Pujyanti dkk tahun 2021 menemukan dua graf bintang [8]. Hasil penelitian relevan yang lain dapat dilihat pada [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18], [12], [19], dan [20].

Tahun 2017 Firmansah dan Yuwono menemukan graf ular jaring [21] dan Firmansah tahun 202 menemukan graf ular jaring berlipat yang merupakan graf harmonis ganjil [22]. Kedua hasil pada makalah ini menjadi dasar penelitian untuk memperoleh konstruksi kelas graf baru berupa graf tali gabungan graf tali dan graf tali berlipat. Tujuan penelitian adalah menemukan sifat pelabelan harmonis ganjil pada beberapa kelas graf tali. Metode penelitian menggunakan penelitian kualitatif. Pada penelitian ini akan diberikan konstruksi dan definisi dari graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , dan graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$ . Selanjutnya akan dibuktikan bahwa graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , dan graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$  memenuhi sifat-sifat pelabelan harmonis ganjil sedemikian sehingga merupakan graf harmonis ganjil. Lebih lanjut hasil dari penelitian ini juga menambah sifat-sifat baru dari graf harmonis ganjil dan

Page 2 of 7 1998 words English (United States) Accessibility: Investigate

32°C Cerah 14:04 20/08/2024

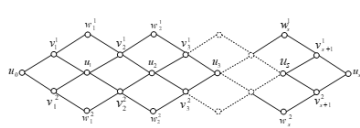
5087-Article Text-24247-1-18-20220207 (1) [Compatibility Mode] - Word

File Home Insert Design Layout References Mailings Review View Help Nitro Pro Tell me what you want to do

Clipboard Font Paragraph Styles Editing Add-ins

GET GENUINE OFFICE Your license isn't genuine, and you may be a victim of software counterfeiting. Avoid interruption and keep your files safe with genuine Office today. Get genuine Office Learn more

Berbagai "Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan" | Maret 2020 | Volume 14 Nomor 1 | Hal. ....



Gambar 1. Graf tali  $R(s)$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$  adalah graf harmonis ganjil yang dinyatakan pada Teorema 2.

**Teorema 2.** Graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$  adalah harmonis ganjil

**Bukti.** Berdasarkan Definisi 1 diperoleh  $p = |V(R(s))| = 5s + 4$  dan  $q = |E(R(s))| = 8s + 4$ . Diberikan  $f: V(R(s)) \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 16s + 7\}$

$$f(u_i) = 4i, 0 \leq i \leq s + 1 \quad (1.1)$$

$$f(v_j) = 4i + 2j - 5, j = 1, 2 \text{ dan } 0 \leq i \leq s + 1 \quad (1.2)$$

$$f(w_j) = 16k - 12i - 4j + 18, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \quad (1.3)$$

Berdasarkan (1.1), (1.2), (1.3) diperoleh setiap titik mempunyai label yang berbeda dan  $V(R(s)) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 16s + 7\}$  maka  $f$  injektif. Diberikan  $f^*: E(R(s)) \rightarrow \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 16s + 7\}$ .

$$f^*(u_i v_{i+1}^j) = 2j + 8i - 1, j = 1, 2 \text{ dan } 0 \leq i \leq s \quad (1.4)$$

$$f^*(v_j u_i) = 2j + 8i - 5, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s + 1 \quad (1.5)$$

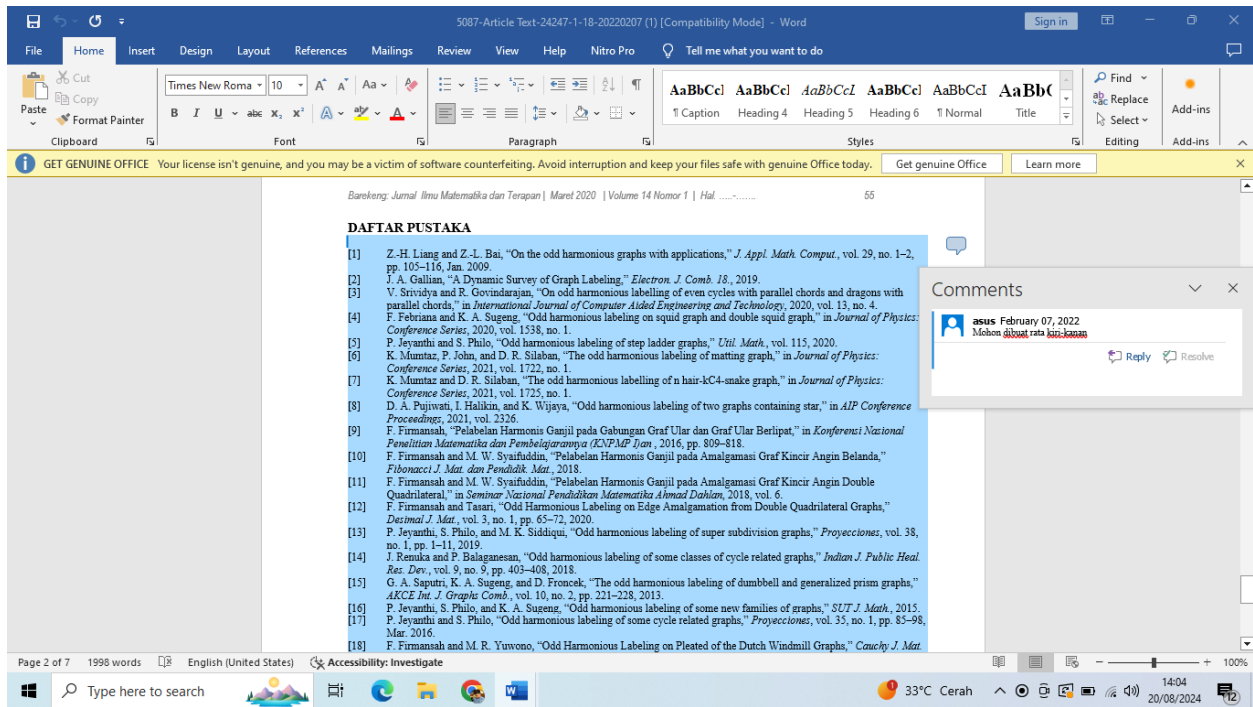
$$f^*(v_j w_i^j) = 16k - 2j - 8i + 13, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \quad (1.6)$$

$$f^*(w_i^j v_{i+1}^j) = 16k - 2j - 8i + 17, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \quad (1.7)$$

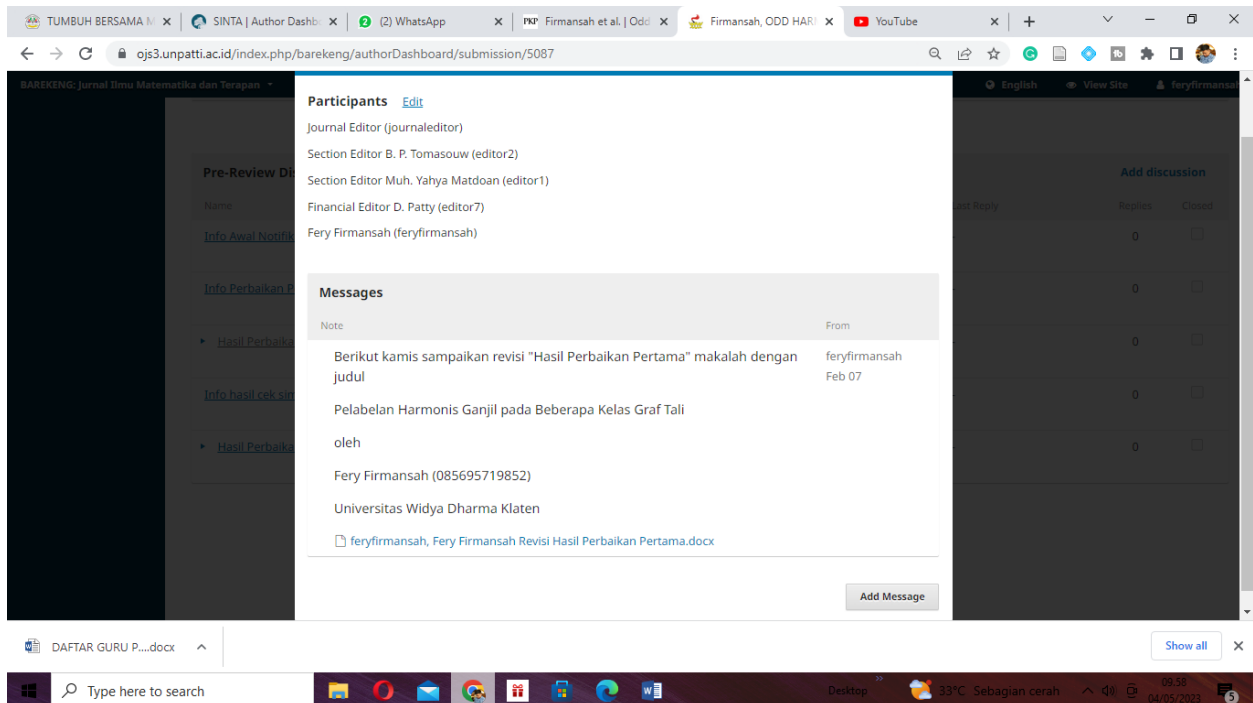
Berdasarkan (1.4), (1.5), (1.6) dan (1.7) diperoleh setiap titik mempunyai label yang berbeda dan  $E(R(s)) = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 16s + 7\}$  maka  $f^*$  bijektif. Sedemikian sehingga graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$

Page 2 of 7 1998 words English (United States) Accessibility: Investigate

Hasil 14:09 20/08/2024



## Submit Revisi Artikel oleh Penulis (7 Februari 2022)



## Hasil Plagiasi Artikel oleh Tim Jurnal

The screenshot shows a plagiarism report for the article "ODD HARMONIOUS LABELING ON SOME STRING GRAPH CLASSES". The report indicates a 3% similarity index. The primary sources are listed as follows:

Source	Words	Percentage
1. ejournal.radenintan.ac.id (Internet)	32 words	1%
2. ojs3.unpatti.ac.id (Internet)	26 words	1%
3. seminar.uny.ac.id (Internet)	16 words	1%

## Proof Reading Artikel oleh Tim Jurnal

The screenshot shows an email from "berekeng" to "feryfirmansah@unwidha.ac.id" regarding the proofreading of an article. The email content is as follows:

**Proofreading Artikel**

From berekeng berekeng on 2022-05-10 17:06

36. 5087-Article Text-27139-1-11-20220505 (313-320)-proofreading.pdf (~706 KB)

Yth. Bpk/Ibu Penulis,

Salam, Kami informasikan bahwa artikel Bpk/Ibu telah melalui proses proofreading dengan hasil terlampir. Sebelum artikel dilanjutkan ke proses publikasi, mohon kiranya Bpk/Ibu dapat memeriksa kembali keseluruhan artikel, terutama pada bagian judul, nama penulis, nama instansi, dan abstrak. Namun tidak menutup kemungkinan apabila masih ada isi artikel yang harus diperbaiki oleh penulis sebelum dipublikasi. Kami mengharapkan Bpk/Ibu dapat segera mengkonfirmasi apabila ada ataupun tidak ada perbaikan lagi melalui kontak Whatsapp pada nomor +62 85243358669. Konfirmasi Bpk/Ibu kami tunggu paling lambat dua hari setelah pesan ini kami kirimkan. Terima kasih.

Yopi Andry Lesnussa,  
Editor in Chief BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan,  
Mathematic Department, Pattimura University  
email: berekeng.math@yahoo.com  
Mobile Phone: +62 85243358669

## Pembayaran Artikel

The screenshot shows an email client interface for the account `feryfirmansah@unwidha.ac.id`. The inbox on the left contains several messages from 'barekeng', including 'Kwitansi Biaya Publikasi Edisi Maret 2022'. The selected email is a payment invoice dated 2022-06-08 10:29, sent from 'barekeng barekeng'. The invoice includes a PDF attachment and a letter from Dyana Patty, S.Si., M.Sc., Financial Officer of BAREKENG, to Yopi Andry Lesnussa, Editor in Chief of BAREKENG. The letter states that the journal is being published in Volume 16, Issue 1, and provides contact information for the journal.

## Publikasi Artikel (21 Maret 2022)

The screenshot displays the article page for 'ODD HARMONIOUS LABELING ON SOME STRING GRAPH CLASSES' in the journal 'Barekeng'. The journal is published by Pattimura University in collaboration with the Indonesian Mathematical Society (IndoMS). The article is by Fery Firmansah, from the Mathematics Education Study Program at Widya Dharma Klaten. The page features the journal's logo, ISSN information (1978-7227 for print, 2615-3017 for online), and accreditation by SINTA 2. The article title is prominently displayed, and the journal's website navigation menu is visible at the top.



TUMBUH BERSAMA | SINTA | Author Dashb | (3) WhatsApp | Firmansah et al. | Odd | (1496) Pemerjianmu | ODD HARMONIOUS

ojs3.unpatti.ac.id/index.php/barekeng/article/view/5087

## ODD HARMONIOUS LABELING ON SOME STRING GRAPH CLASSES

**Fery Firmansah**  
 Mathematics Education Study Program, Faculty of Teacher Training and Education Universitas Widya Dharma Klaten

DOI: <https://doi.org/10.30598/barekengvol16iss1pp313-320>

**Keywords:** odd harmonious graph, odd harmonious labeling, multiple graph, string graph, union operation

**Abstract**

*A graph with the labeling properties of odd harmonic is called an odd harmonious graph. The purpose of this research was to get labeling properties of odd harmonic on the class of string graphs. The research used was a qualitative research method. The result of the research was that the definition and construction of a string graph, the union of a string graph, and the multiple string graph are obtained. Furthermore, it has been proved that a string graph, the union of a string graph, and the multiple string graph is an odd harmonious graph.*

Ministry of Education Culture, Research, and Technology, Republic of Indonesia, based on the Decree No: 158/E/KPT/2021, about Accreditation Rank of Scientific Journal 2021, announce that BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan has been accredited in SINTA 2 (see detail)

**Accredited SINTA 2**

**SERTIFIKAT**

**In Collaboration with:**

5087-Article Text-2....pdf | 5087-Article Text....docx | 5087-Article Text....docx | 5087-Article Text-2....pdf | 5087-Article Text....docx

Type here to search | Desktop | 33°C, Sebagian cerah | 10:03 04/05/2023

TUMBUH BERSAMA | SINTA | Author Dashb | (3) WhatsApp | Firmansah et al. | Odd | (1496) Pemerjianmu | ODD HARMONIOUS

ojs3.unpatti.ac.id/index.php/barekeng/article/view/5087

### Downloads

HOW TO CITE

F. Firmansah, "ODD HARMONIOUS LABELING ON SOME STRING GRAPH CLASSES", BAREKENG: J. Math. & App., vol. 16, no. 1, pp. 315-322, Mar. 2022.

ISSUE

[Vol.16 No.1 \(2022\)](#)  
[BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan](#)

SECTION

Articles

Authors who publish with this Journal agree to the following terms:

1. Author retain copyright and grant the journal right of first publication with the work simultaneously licensed under

References

Z.-H. Liang and Z.-L. Bai, "On the odd harmonious graphs with applications," J. Appl. Math. Comput., vol. 29, no. 1-2, pp. 105-116, Jan. 2009.

J. A. Gallian, "A Dynamic Survey of Graph Labeling," Electron. J. Comb., 18, 2019.

V. Sriwidya and R. Govindarajan, "On odd harmonious labeling of even cycles with parallel chords and dragons with parallel chords," in International Journal of Computer Aided Engineering and Technology, 2020, vol. 13, no. 4.

**Indexed By:**

**Editorial Team**

5087-Article Text-2....pdf | 5087-Article Text....docx | 5087-Article Text....docx | 5087-Article Text-2....pdf | 5087-Article Text....docx

Type here to search | Desktop | 33°C, Sebagian cerah | 10:03 04/05/2023

## PELABELAN HARMONIS GANJIL PADA BEBERAPA KELAS GRAF TALI

### *Odd Harmonious Labeling on The Some of Rope Graph Class*

Fery Firmansah\*

Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Widya Dharma Klaten  
Jl. Ki Hajar Dewantara Klaten 57438, Indonesia

e-mail: \*[feryfirmansah@unwidha.ac.id](mailto:feryfirmansah@unwidha.ac.id)  
Corresponding author\*

#### Abstrak

Graf dengan sifat pelabelan harmonis ganjil disebut sebagai graf harmonis ganjil. Tujuan penelitian ini adalah menemukan sifat pelabelan harmonis ganjil pada beberapa kelas graf tali. Penelitian ini menggunakan metode penelitian kualitatif. Hasil penelitian diperoleh definisi dan konstruksi dari graf tali, gabungan graf tali dan graf tali berlipat. Selanjutnya dibuktikan bahwa graf tali, gabungan graf tali dan graf tali berlipat adalah graf harmonis ganjil.

**Kata Kunci** : graf berlipat, graf harmonis ganjil, graf tali, operasi gabungan, pelabelan harmonis ganjil

#### Abstract

A graph that satisfies the labeling properties of odd harmonious is called an odd harmonious graph. The purpose of this research is to get labeling properties of odd harmonious on the class of rope graphs. The research used is a qualitative research method. The result of the research is that the definition and construction of a rope graph, the union of a rope graph, and the pleated rope graph are obtained. Furthermore, it has been proved that a rope graph, the union of a rope graph, and the pleated rope graph is an odd harmonious graph.

**Keywords**: odd harmonious graph, odd harmonious labeling, pleated graph, rope graph, union operation

Diterima : .....

Direvisi: .....

Disetujui: .....

Copyright © 2019 : Barekeng: Jurnal ilmu matematika dan terapan, Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Pattimura, Ambon

## 1. PENDAHULUAN

Pelabelan graf adalah salah satu dari topik penelitian tentang teori graf yang berkembang sangat pesat pada beberapa tahun terakhir. Tahun 2019 Liang dan Bai mengkonstruksi definisi graf harmonis ganjil sebagai berikut. Misalkan  $G(p, q)$  adalah graf dengan himpunan titik  $V(G)$  dan himpunan garis  $E(G)$  dengan order  $p = |V(G)|$  dan size  $q = |E(G)|$ . Jika graf  $G(p, q)$  memenuhi  $f: V(G) \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 2q - 1\}$  yang injektif sehingga menginduksi  $f^*: E(G) \rightarrow \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2q - 1\}$  yang bijektif dengan definisi  $f^*(x, y) = f(x) + f(y)$  maka  $G(p, q)$  adalah graf harmonis ganjil [1].

Gallian tahun 2019 mengumpulkan semua riset tentang teori pelabelan graf dan aplikasinya [2]. Terdapat beberapa kelas graf harmonis ganjil yang sudah ditemukan antara lain. Srividya dan Govindarajan tahun 2020 menemukan graf lingkaran dengan paralel chord [3], Ferbriana dan Sugeng tahun 2020 menemukan graf squid [4], Jeyanthi dan Philo tahun 2020 menemukan graf ladder [5], Mumtaz dkk tahun 2021 menemukan graf matting [6], [7], Mumtaz dan Silaban tahun 2021 menemukan bahwa graf ular hair, Pujjiwati dkk tahun 2021 menemukan dua graf bintang [8]. Hasil penelitian relevan yang lain dapat dilihat pada [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], dan [20].

Tahun 2017 Firmansah dan Yuwono menemukan graf ular jaring [21] dan Firmansah tahun 2020 menemukan graf ular jaring berlipat yang merupakan graf harmonis ganjil [22]. Kedua hasil pada makalah ini menjadi dasar penelitian untuk memperoleh konstruksi kelas graf baru berupa graf tali, gabungan graf tali dan graf tali berlipat. Tujuan penelitian adalah menemukan sifat pelabelan harmonis ganjil pada beberapa kelas graf tali. Metode penelitian menggunakan penelitian kualitatif. Pada penelitian ini akan diberikan konstruksi dan definisi dari graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , dan graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$ . Selanjutnya akan dibuktikan bahwa graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , dan graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$  memenuhi sifat-sifat pelabelan harmonis ganjil sedemikian sehingga merupakan graf harmonis ganjil. Lebih lanjut hasil dari penelitian ini juga menambah sifat-sifat baru dari graf harmonis ganjil dari penelitian sebelumnya.

## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan jenis penelitian kualitatif yang berfokus pada pengembangan sifat-sifat baru dari graf harmonis ganjil. Adapun tahapan penelitian sebagai berikut: Tahapan pengumpulan data, mencari sumber referensi yang relevan untuk mendapatkan konstruksi kelas graf baru yang berupa definisi kelas graf dan gambar kelas graf untuk memperoleh notasi titik dan notasi garis dari kelas graf tersebut. Tahapan analisis data, pada tahapan ini akan diberikan konstruksi himpunan titik, himpunan garis, pelabelan titik yang bersifat injektif dan pelabelan garis yang bersifat bijektif. Tahapan konstruksi teorema dan pembuktiannya, pada tahapan ini akan diberikan konstruksi Teorema beserta pembuktiannya, pembuktian Teorema menggunakan metode pembuktian langsung yaitu dengan menunjukkan bahwa fungsi pelabelan simpul yang telah dikonstruksi memenuhi sifat-sifat injektif sehingga menginduksi fungsi pelabelan busur yang bersifat bijektif.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan diberikan pelabelan harmonis ganjil pada beberapa kelas graf tali yaitu graf tali, gabungan graf tali dan graf tali berlipat.

### 3.1 Pelabelan Harmonis Ganjil pada Graf Tali

**Definisi 1.** Graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$  adalah graf dengan

$$V(R(s)) = \{u_i | 0 \leq i \leq s + 1\} \cup \{v_i^j | 1 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2\} \cup \{w_i^j | 1 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \text{ dan}$$

$$E(R(s)) = \{u_i v_{(i+1)}^j | 0 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \cup \{v_i^j u_i | 1 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2\} \cup$$

$$\{v_i^j w_i^j | 1 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \cup \{w_i^j v_{(i+1)}^j | 1 \leq i \leq s, j = 1, 2\}.$$

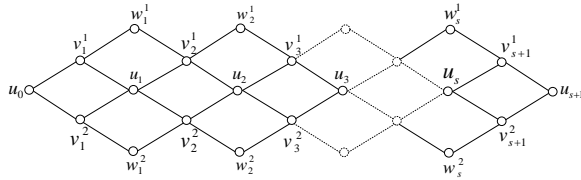
Pada Gambar 1 diberikan konstruksi graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$ .

Commented [a1]: spasi

Commented [a2]: spasi

Commented [a3]: [6-7]

Commented [a4]: [9-20]



Gambar 1. Graf tali  $R(s)$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$  adalah graf harmonis ganjil yang dinyatakan pada Teorema 2.

**Teorema 2.** *Graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$  adalah harmonis ganjil*

**Bukti.** Berdasarkan Definisi 1 diperoleh  $p = |V(R(s))| = 5s + 4$  dan  $q = |E(R(s))| = 8s + 4$ . Diberikan  $f: V(R(s)) \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 16s + 7\}$

$$f(u_i) = 4i, 0 \leq i \leq s + 1 \tag{1.1}$$

$$f(v_i^j) = 4i + 2j - 5, j = 1, 2 \text{ dan } 0 \leq i \leq s + 1 \tag{1.2}$$

$$f(w_i^j) = 16k - 12i - 4j + 18, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \tag{1.3}$$

Berdasarkan (1.1), (1.2), (1.3) diperoleh setiap titik mempunyai label yang berbeda dan  $V(R(s)) \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 16s + 7\}$  maka  $f$  injektif. Diberikan  $f^*: E(R(s)) \rightarrow \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 16s + 7\}$ .

$$f^*(u_i v_{(i+1)}^j) = 2j + 8i - 1, j = 1, 2 \text{ dan } 0 \leq i \leq s \tag{1.4}$$

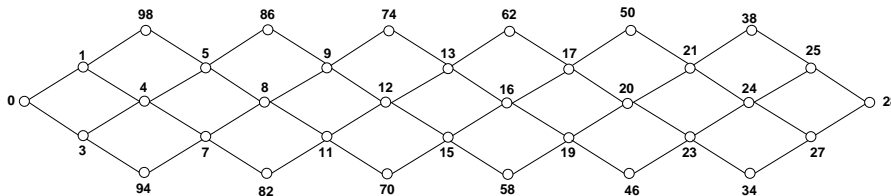
$$f^*(v_i^j u_i) = 2j + 8i - 5, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s + 1 \tag{1.5}$$

$$f^*(v_i^j w_i^j) = 16k - 2j - 8i + 13, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \tag{1.6}$$

$$f^*(w_i^j v_{(i+1)}^j) = 16k - 2j - 8i + 17, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \tag{1.7}$$

Berdasarkan (1.4), (1.5), (1.6) dan (1.7) diperoleh setiap titik mempunyai label yang berbeda dan  $E(R(s)) = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 16s + 7\}$  maka  $f^*$  bijektif. Sedemikian sehingga graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$  adalah graf harmonis ganjil  $\square$

Berikut diberikan contoh graf tali  $R(6)$  pada Gambar 2 yang merupakan graf harmonis ganjil.



Gambar 2. Graf tali  $R(6)$

### 3.2 Pelabelan Hamonis Ganjil pada Gabungan Graf Tali

**Definisi 3.** *Gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$  adalah graf dengan*

$$V(R(s) \cup R(s)) = \{u_i | 0 \leq i \leq s + 1\} \cup \{v_i^j | 1 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2\} \cup \{w_i^j | 1 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \cup \{x_i | 0 \leq i \leq s + 1\} \cup \{y_i^j | 1 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2\} \cup \{z_i^j | 1 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \text{ dan}$$

$$E(R(s) \cup R(s)) = \{u_i v_{(i+1)}^j | 0 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \cup \{v_i^j u_i | 1 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2\} \cup$$

$$\{v_i^j w_i^j | 1 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \cup \{w_i^j v_{(i+1)}^j | 1 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \cup \{x_i y_{(i+1)}^j | 0 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \cup$$

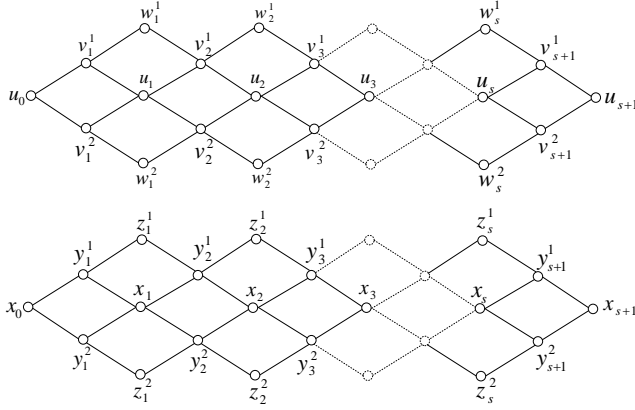
$$\{y_i^j x_i | 1 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2\} \cup \{y_i^j z_i^j | 1 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \cup \{z_i^j y_{(i+1)}^j | 1 \leq i \leq s, j = 1, 2\}.$$

Pada Gambar 3 diberikan konstruksi gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$ .

Commented [a5]: 1

Commented [a6]: 2

Commented [a7]: 3

Gambar 3. Gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$ 

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  adalah graf harmonis ganjil yang dinyatakan pada Teorema 4.

**Teorema 4.** Gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$  adalah harmonis ganjil

**Bukti.** Berdasarkan Definisi 3 diperoleh  $p = |V(R(s) \cup R(s))| = 10s + 8$  dan  $q = |E(R(s) \cup R(s))| = 16s + 8$ . Diberikan  $f: V(R(s) \cup R(s)) \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 32s + 15\}$ .

$$f(u_i) = 4i, 0 \leq i \leq s + 1 \quad (2.1)$$

$$f(v_i^j) = 4i + 2j - 5, j = 1, 2 \text{ dan } 0 \leq i \leq s + 1 \quad (2.2)$$

$$f(w_i^j) = 16k - 12i - 4j + 18, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \quad (2.3)$$

$$f(x_i) = 4i + 2, 0 \leq i \leq s + 1 \quad (2.4)$$

$$f(y_i^j) = 16k + 4i + 2j + 1, j = 1, 2 \text{ dan } 0 \leq i \leq s + 1 \quad (2.5)$$

$$f(z_i^j) = 16k - 12i - 4j + 20, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \quad (2.6)$$

Berdasarkan (2.1), (2.2), (2.3), (2.4), (2.5), dan (2.6) diperoleh setiap titik mempunyai label yang berbeda dan  $V(R(s) \cup R(s)) \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 32s + 15\}$  maka  $f$  injektif. Didefinisikan fungsi pelabelan garis  $f^*: E(R(s) \cup R(s)) \rightarrow \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 32s + 15\}$ .

$$f^*(u_i v_{(i+1)}^j) = 8i + 2j - 1, j = 1, 2 \text{ dan } 0 \leq i \leq s \quad (2.7)$$

$$f^*(v_i^j u_i) = 8i + 2j - 5, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s + 1 \quad (2.8)$$

$$f^*(v_i^j w_i^j) = 16k - 8i - 2j + 13, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \quad (2.9)$$

$$f^*(w_i^j v_{(i+1)}^j) = 16k - 8i - 2j + 17, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \quad (2.10)$$

$$f^*(x_i y_{(i+1)}^j) = 16k + 8i + 2j + 7, j = 1, 2 \text{ dan } 0 \leq i \leq s \quad (2.11)$$

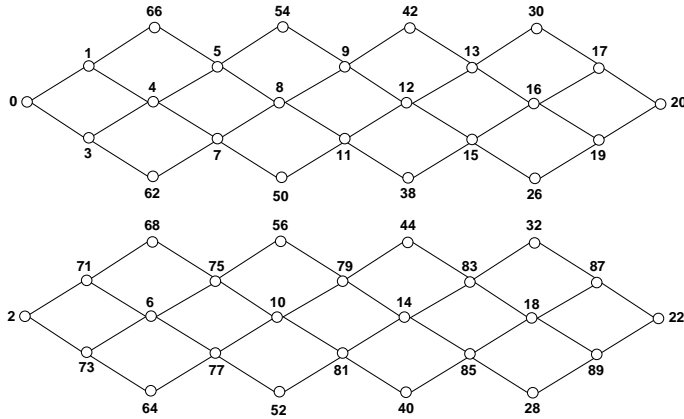
$$f^*(y_i^j x_i) = 16k + 8i + 2j + 3, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s + 1 \quad (2.12)$$

$$f^*(y_i^j z_i^j) = 32k - 8i - 2j + 21, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \quad (2.13)$$

$$f^*(z_i^j y_{(i+1)}^j) = 32k - 8i - 2j + 25, j = 1, 2 \text{ dan } 1 \leq i \leq s \quad (2.14)$$

Berdasarkan (2.7), (2.8), (2.9), (2.10), (2.11), (2.12), (2.13), dan (2.14) diperoleh setiap garis mempunyai label yang berbeda dan  $E(R(s) \cup R(s)) = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 32s + 15\}$  maka  $f^*$  bijektif. Sedemikian sehingga gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$  adalah graf harmonis ganjil  $\square$

Berikut diberikan contoh gabungan graf tali  $R(4) \cup R(4)$  pada Gambar 4 yang merupakan graf harmonis ganjil.

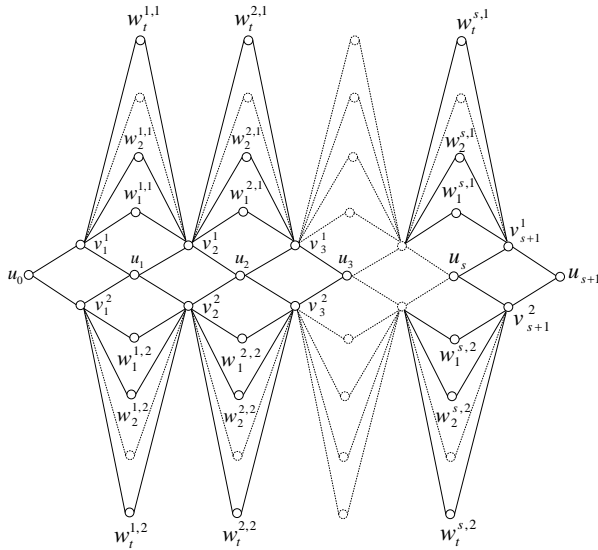


Gambar 4. Gabungan graf tali  $R(4) \cup R(4)$

3.3 Pelabelan Hamonis Ganjil pada Graf Tali Berlipat

**Definisi 5.** Graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$  adalah graf dengan  $V(R(s, t)) = \{u_i | 0 \leq i \leq s + 1\} \cup \{v_i^j | 1 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2\} \cup \{w_i^{l,j} | 1 \leq i \leq s, 1 \leq l \leq t, j = 1, 2\}$  dan  $E(R(s, t)) = \{u_i v_{(i+1)}^j | 0 \leq i \leq s, j = 1, 2\} \cup \{v_i^j u_i | 1 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2\} \cup \{v_i^j w_i^{l,j} | 1 \leq i \leq s, 1 \leq l \leq t, j = 1, 2\} \cup \{w_i^{l,j} v_{(i+1)}^j | 1 \leq i \leq s, 1 \leq l \leq t, j = 1, 2\}$ .

Pada Gambar 5 diberikan konstruksi graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$



Gambar 5. Graf tali berlipat  $R(s, t)$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$  adalah graf harmonis ganjil yang dinyatakan pada Teorema 6.

**Teorema 6.** Graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$  adalah harmonis ganjil

**Bukti.** Berdasarkan Definisi 5 diperoleh  $p = |V(R(s, t))| = 2st + 5s + 4$  dan  $q = |E(R(s))| = 4st + 8s + 4$ . Diberikan  $f: V(R(s, t)) \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 8st + 16s + 7\}$ .

$$f(u_i) = 4i, 0 \leq i \leq s + 1 \tag{3.1}$$

$$f(v_i^j) = 4i + 2j - 5, 0 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2 \tag{3.2}$$

$$f(w_i^{i,j}) = (8t + 16)s + 8l - (8t + 12)i - 4j + 10, 1 \leq i \leq s, 1 \leq l \leq t + 1, j = 1, 2 \tag{3.3}$$

Berdasarkan (3.1), (3.2), (3.3) diperoleh setiap titik mempunyai label yang berbeda dan  $V(R(s, t)) \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 8st + 16s + 7\}$  maka  $f$  injektif. Diberikan  $f^*: E(R(s)) \rightarrow \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 8st + 16s + 7\}$ .

$$f^*(u_i v_{(i+1)}^j) = 8i + 2j - 1, 0 \leq i \leq s, j = 1, 2 \tag{3.4}$$

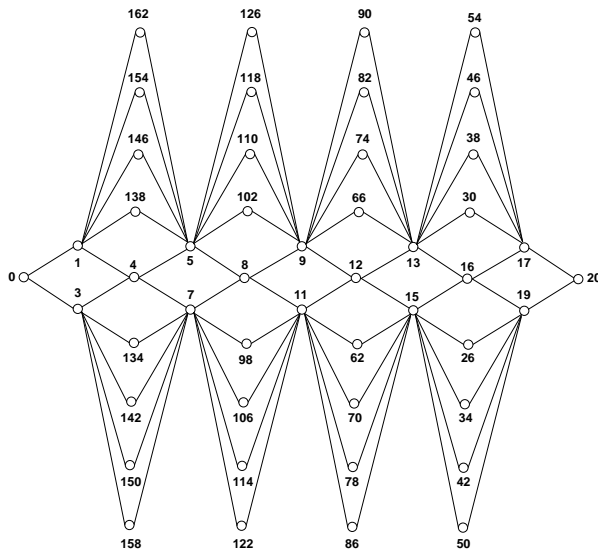
$$f^*(v_i^j u_i) = 8i + 2j - 5, 1 \leq i \leq s + 1, j = 1, 2 \tag{3.5}$$

$$f^*(v_i^j w_i^{i,j}) = (8t + 16)s + 8l - (8t + 8)i - 2j + 5, 1 \leq i \leq s, 1 \leq l \leq t, j = 1, 2 \tag{3.6}$$

$$f^*(w_i^{i,j} v_{(i+1)}^j) = (8t + 16)s + 8l - (8t + 8)i - 2j + 9, 1 \leq i \leq s, 1 \leq l \leq t + 1, j = 1, 2 \tag{3.7}$$

Berdasarkan (3.4), (3.5), (3.6) dan (3.7) diperoleh setiap garis mempunyai label yang berbeda dan  $E(R(s)) = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 8st + 16s + 7\}$  maka  $f^*$  bijektif. Sedemikian sehingga graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$  adalah graf harmonis ganjil  $\square$

Berikut diberikan contoh graf tali berlipat  $R(4, 3)$  pada Gambar 6 yang merupakan graf harmonis ganjil.



Gambar 6. Graf tali berlipat  $R(4, 3)$

Berdasarkan hasil pada Teorema 2, Teorema 4 dan Teorema 6 telah dibuktikan bahwa graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , dan graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$  adalah graf harmonis ganjil. Hasil dan pembahasan menunjukkan bahwa penelitian ini merupakan pengembangan dari penelitian sebelumnya [21] dan [22] yaitu penambahan kelas graf keluarga dari graf harmonis ganjil.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh konstruksi definisi graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , dan graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$ . Selanjutnya telah dibuktikan bahwa graf tali  $R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , gabungan graf tali  $R(s) \cup R(s)$  dengan  $s \geq 1$ , dan graf tali berlipat  $R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$  memenuhi sifat-sifat pelabelan harmonis ganjil sedemikian sehingga merupakan graf harmonis ganjil.

Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan mencari pelabelan harmonis ganjil pada gabungan graf tali berlipat  $R(s, t) \cup R(s, t)$  dengan  $s \geq 1$  dan  $t \geq 1$ .

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Z.-H. Liang and Z.-L. Bai, "On the odd harmonious graphs with applications," *J. Appl. Math. Comput.*, vol. 29, no. 1–2, pp. 105–116, Jan. 2009.
- [2] J. A. Gallian, "A Dynamic Survey of Graph Labeling," *Electron. J. Comb.* 18., 2019.
- [3] V. Srividya and R. Govindarajan, "On odd harmonious labelling of even cycles with parallel chords and dragons with parallel chords," in *International Journal of Computer Aided Engineering and Technology*, 2020, vol. 13, no. 4.
- [4] F. Febriana and K. A. Sugeng, "Odd harmonious labeling on squid graph and double squid graph," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1538, no. 1.
- [5] P. Jeyanthi and S. Philo, "Odd harmonious labeling of step ladder graphs," *Util. Math.*, vol. 115, 2020.
- [6] K. Mumtaz, P. John, and D. R. Silaban, "The odd harmonious labeling of matting graph," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1722, no. 1.
- [7] K. Mumtaz and D. R. Silaban, "The odd harmonious labelling of n hair-kC4-snake graph," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1725, no. 1.
- [8] D. A. Pujiwati, I. Halikin, and K. Wijaya, "Odd harmonious labeling of two graphs containing star," in *AIP Conference Proceedings*, 2021, vol. 2326.
- [9] F. Firmansah, "Pelabelan Harmonis Ganjil pada Gabungan Graf Ular dan Graf Ular Berlipat," in *Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya (KNPMP 1)an*, 2016, pp. 809–818.
- [10] F. Firmansah and M. W. Syaifuddin, "Pelabelan Harmonis Ganjil pada Amalgamasi Graf Kincir Angin Belanda," *Fibonacci J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, 2018.
- [11] F. Firmansah and M. W. Syaifuddin, "Pelabelan Harmonis Ganjil pada Amalgamasi Graf Kincir Angin Double Quadrilateral," in *Seminar Nasional Pendidikan Matematika Ahmad Dahlan*, 2018, vol. 6.
- [12] F. Firmansah and Tasari, "Odd Harmonious Labeling on Edge Amalgamation from Double Quadrilateral Graphs," *Desimal J. Mat.*, vol. 3, no. 1, pp. 65–72, 2020.
- [13] P. Jeyanthi, S. Philo, and M. K. Siddiqui, "Odd harmonious labeling of super subdivision graphs," *Proyecciones*, vol. 38, no. 1, pp. 1–11, 2019.
- [14] J. Renuka and P. Balaganesan, "Odd harmonious labeling of some classes of cycle related graphs," *Indian J. Public Heal. Res. Dev.*, vol. 9, no. 9, pp. 403–408, 2018.
- [15] G. A. Saputri, K. A. Sugeng, and D. Froncek, "The odd harmonious labeling of dumbbell and generalized prism graphs," *AKCE Int. J. Graphs Comb.*, vol. 10, no. 2, pp. 221–228, 2013.
- [16] P. Jeyanthi, S. Philo, and K. A. Sugeng, "Odd harmonious labeling of some new families of graphs," *SUT J. Math.*, 2015.
- [17] P. Jeyanthi and S. Philo, "Odd harmonious labeling of some cycle related graphs," *Proyecciones*, vol. 35, no. 1, pp. 85–98, Mar. 2016.
- [18] F. Firmansah and M. R. Yuwono, "Odd Harmonious Labeling on Pleated of the Dutch Windmill Graphs," *Cauchy J. Mat. Murni dan Apl.*, vol. 4, no. 4, pp. 161–166, May 2017.
- [19] F. Firmansah, "Pelabelan Harmonis Ganjil pada Graf Bunga Double Quadrilateral," *J. Ilm. SAINS*, vol. 20, no. 1, 2020.
- [20] E. A. Pramesti and Purwanto, "Odd harmonious labeling of  $S_n(m, r)$  graph," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1872, no. 1.
- [21] F. Firmansah and M. R. Yuwono, "Pelabelan Harmonis Ganjil pada Kelas Graf Baru Hasil Operasi Cartesian Product," *J. Mat. "MANTIK"*, vol. 3, no. 2, pp. 87–95, Oct. 2017.
- [22] F. Firmansah, "Pelabelan Harmonis Ganjil pada Graf Ular Jaring Berlipat," *Sainmatika J. Ilm. Mat. dan Ilmu Pengetah. Alam*, vol. 17, no. 1, p. 1, 2020.

Commented [a8]: Mohon dibuat rata kiri-kanan